

Dynamische numerische Nachrechnung von Zentrifugenversuchen an verflüssigungsgefährdetem Boden

Dr.-Ing. J. Hleibieh, GEPRO Ingenieurgesellschaft mbH, vormals: Technische Universität Dresden

Das Verhalten von wassergesättigten, kohäsionslosen Böden unter dynamischen Einwirkungen ist sehr komplex und lässt sich schwer erfassen. In diesem Beitrag wurde das Verhalten von wassergesättigtem Sandboden unter Erdbebenwirkung numerisch untersucht. Dafür wurden drei unterschiedliche Zentrifugenversuche mit demselben Sandmaterial, jedoch mit unterschiedlichen Randbedingungen und Bodenzuständen, mit einem hypoplastischen Modell nachgerechnet. Die Simulationen von allen Zentrifugenversuchen wurden mit den gleichen Bodenparametern durchgeführt. Diese wurden mit Hilfe von Laborergebnissen, unabhängig vom Randwertproblem, ermittelt. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Ergebnissen und den Experimenten lässt feststellen, dass das verwendete hypoplastische Stoffmodell das Bodenverhalten unter dynamischer Beanspruchung realitätsnah abbilden kann. Die Voraussetzung für die gute Prognose war eine sorgfältige Kalibrierung der Stoffparameter unter Berücksichtigung der Spannungs- und Dehnungsabhängigkeit der Bodensteifigkeit.

1 Einleitung

Erdbeben verursachen enorme wirtschaftliche und humanitäre Schäden, insbesondere wenn die Erdbeben eine Bodenverflüssigung hervorrufen. Als Bodenverflüssigung wird in der Regel der Verlust der Bodensteifigkeit infolge des Aufbaus des Porenwasserdrucks bezeichnet. Dieser Verlust der Bodenfestigkeit kann in Form von Sandaufbrüchen, Setzungsunterschieden, Fließrutschungen und dem Verlust der Tragfähigkeit unter Gebäuden auftreten [Adalier et al. 2004]. Bereits in der Bibel wird die Zerstörung von Sodom und Gomorra erwähnt, die durch einen Erdrutsch infolge einer Erdbeben-induzierten Bodenverflüssigung verursacht werden konnte [Harris et al. 1995, Haigh et al. 2002].

Zur Untersuchung von verflüssigungsgefährdeten Böden unter dynamischer Beanspruchung stellen die geotechnischen Zentrifugenmodelle eine gute Variante dar. Der Vorteil der Zentrifugenmodelle liegt darin, dass sie das realistische Problem zum größten Teil repräsentieren, insbesondere was die Spannungen, Dehnungen und den Aufbau von PVD betrifft. Allerdings sind diese Modelle extrem aufwendig. Die Kombination zwischen den numerischen Berechnungen und den Zentrifugenmodellen hat den Vorteil, dass das numerische Modell mit

realitätsnahen Bedingungen (Zentrifugenmodellen) kalibriert werden kann. Mit dem kalibrierten numerischen Modell können dann viele numerische Berechnungen mit geringem Aufwand durchgeführt werden.

2 Sandschicht unter Erdbeben

2.1 Das Zentrifugenmodell

Der Zentrifugenversuch mit einer wassergesättigten Sandschicht wurde am Rensselaer Polytechnic Institute (RPI) durchgeführt ([Taiebat et al. 2007] nach [Adalier et al. 1997]). Dafür wurde ein feiner, enggestufter Nevada Sand verwendet. Die Sandschicht in einer Höhe von 20 cm wurde in einer Laminarbox bei einer bezogenen Lagerungsdichte von 40% eingebaut. Danach wurde die Zentrifugbeschleunigung von 50 g aufgebracht.

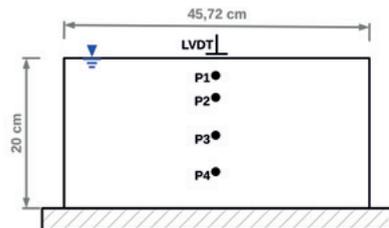


Abbildung 2-1: Modellgeometrie und die Orte der Sensoren.



Am unteren Rand der Laminarbox wurde die Erdbebenbeschleunigung mit einer maximalen Beschleunigung von ca. 0,2 g (im Prototyp) in horizontaler Richtung aufgebracht (Abbildung 2-2). Die Entwicklung des Porenwasserdrucks während des Versuches wurde mit Hilfe von Porenwasserdruckaufnehmern an verschiedenen Stellen erfasst (p1-p4 in Abbildung 2-1). Weiterhin wurde die Oberflächensetzung mit einem linearen variablen Differentialsensor (LVDT) aufgenommen.

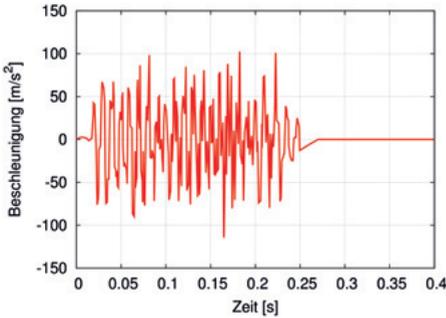


Abbildung 2-2: Beschleunigungssignal für den Versuch nach Abbildung 2-1.

2.2 Ermittlung der Modellparameter

Als Stoffmodell wurde das hypoplastische Modell nach [von Wolfersdorff, 1996], erweitert um die intergranularen Dehnungen nach [Niemunis und Herle, 1997], verwendet. Die Modellparameter für den Sand wurden mit Hilfe der publizierten Laborergebnisse für „Nevada Sand“ [Papadimitriou et al. 2001, Cooke, 2001, Elgamal et al. 2005, Arulmoli et al. 1992] ermittelt. Der kritische Reibungswinkel beträgt $\varphi_c = 31^\circ$. Die charakteristischen Porenzahlen folgen aus:

$$\begin{aligned} e_{d0} &= e_{\min} = 0,511 \\ e_{c0} &= e_{\max} = 0,887 \\ e_{i0} &= 1,15 \times e_{c0} = 1,02 \end{aligned}$$

wobei e_{\min} und e_{\max} den Werten in [Muraleetharan et al. 2004] entsprechen.

Der Schubmodul G_0 im Bereich von sehr kleinen Dehnungen wurde für Nevada Sand in [Papadimitriou et al. 2001] mit der folgenden Gleichung definiert:

$$G_0 = \frac{520}{0,3+0,7e^2} \left(\frac{p_s}{p_a} \right)^{0,5} \times p_a \quad (1)$$

mit $p_a = 100$ kPa und p_s die mittlere Spannung.

In [Cooke, 2001] wurde G_0 basierend auf der Formel von [Idriss and Seed 1970] mit der folgenden Gleichung definiert

$$G_0 = 1000 \times k_{2\max} (p_s)^{0,5}, \quad (2)$$

wobei $k_{2\max}$ = ein Materialparameter und p_s die mittlere Spannung sind.

Mit Hilfe der Laborergebnisse aus [Arulmoli et al. 1992] wurde für Nevada Sand $k_{2\max} = 42$ bei einer Lagerungsdichte von 60% und $k_{2\max} = 35$ bei einer Lagerungsdichte von 40% ermittelt [Cooke, 2001].

Die Granulathärte h_s und der Exponent n für den kleinen Dehnungsbereich (bezeichnet als h_{s0} und n_0) wurden unter Verwendung der folgenden Gleichungen berechnet [Wegener, 2013]:

$$G_0 = m_R \frac{h_{s0}}{n_0} \left(\frac{3p_s}{h_{s0}} \right)^{1-n_0} \left(\frac{e_{c0}}{e} \right)^\beta \times f_a \times f(K_0), \quad (3)$$

$$\text{mit } f(K_0) = \frac{1}{2} \frac{(1+2K)^2 + a^2(1-K)}{1+2K^2},$$

Für isotropen Spannungszustand ($\sigma_2 = \sigma_1$) gibt $f(K_0) = 1,5$ und für geostatischen Spannungszustand ($\sigma_2 = K_0 * \sigma_1$) gibt $f(K_0) \approx 2,9$,

$$f_a = \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{1+e_{i0}}{e_{i0}} \left[3 + a^2 - \alpha \sqrt{3} \frac{e_{i0}-e_{d0}}{e_{c0}-e_{d0}} \alpha \right]^{-1}$$

mit

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{2\sqrt{2} \sin \varphi_c}$$

Damit die Gleichung 3 dieselben Werte von G_0 wie die Gleichung 1 bei dem gleichen Spannungszustand und der gleichen Porenzahl liefert, wurden folgende Werte der Parameter ermittelt: $m_R = 5$, $h_{s0} = 500$ MPa und $n_0 = 0,5$. Der Parameter $\beta = 1,1$ wurde so ermittelt, dass die berechneten Werte von G_0 mit der aus Laborergebnissen ermittelten Werten bei unterschiedlichen Lagerungsdichten

übereinstimmen (Abbildung 2-3). Der Parameter $\alpha = 0,1$ wurde aus eigener Erfahrung angenommen.

Um die weiteren Parameter R , β_r , χ und ϑ zu ermitteln, wurden Simulationen eines zyklischen undrännierten Triaxialversuchs durchgeführt. Sowohl bei diesen numerischen Simulationen, als auch beim Triaxialversuch im Labor [Papadimitriou et al. 2001] lag die Seitenspannung bei $\sigma_2 = 40$ kPa und die Anfangsporenzahl bei $e = 0,66$. Zur Kalibrierung des Aufbaus von PWD wurde bei der Nachrechnung von zyklischen undrännierten Triaxialversuchen nicht nur die Abnahme des Schubmoduls mit zunehmender Scherdehnung sondern auch die Abnahme der effektiven mittleren Spannung mit der Zyklenzahl ausgewertet und mit den Laborergebnissen [Arulmoli et al. 1992] verglichen. Die Parameter R , β_r , χ und ϑ wurden variiert, bis eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und den gemessenen Ergebnissen erzielt wurde (Abbildung 2-4 und Abbildung 2-5). Dabei wurden folgende Werte für die Parameter festgelegt: $R = 0,00005$, $\beta_r = 0,6$, $\chi = 1,0$ und $\vartheta = 10$. Für die Berechnungen wurde weiterhin ein Erfahrungswert für den Parameter $m_T = 4$ angenommen.

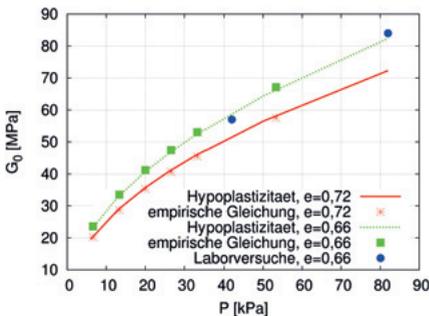


Abbildung 2-3: Zunahme des Schubmoduls G_0 mit zunehmender mittlerer Spannung

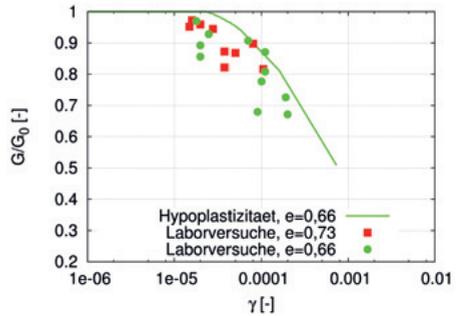


Abbildung 2-4: Abnahme des Schubmoduls G mit zunehmender Scherdehnung.

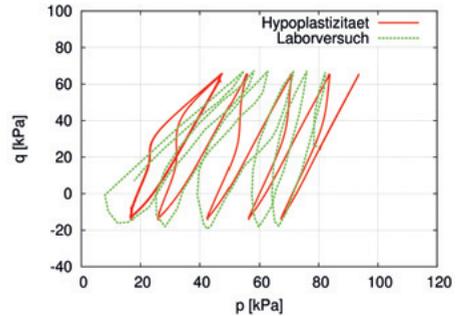


Abbildung 2-5: Abbau der effektiven Spannung mit der Zyklenzahl.

Die Parameter für das hypoplastische Modell nach [von Wolffersdorff, 1996] sowie das Modell nach [Niemunis und Herle, 1997] sind in Tabellen 6.1 und 6.2 zusammengefasst. Weiterhin beträgt die Durchlässigkeit des Sandes $k_{sand} = 7 \cdot 10^{-5}$ m/s [Taiebat et al. 2007] bei allen Berechnungen. Bei den Berechnungen wurde ein Sättigungsgrad von 96% angenommen; hierfür beträgt der Kompressionsmodul von Wasser 2 MN/m^2 [Herle, 2001].

ϕ_c [°]	h_{30} [MPa]	n_0	e_{d0}	e_{c0}	e_{i0}	α	β
31	500	0,50	0,51	0,88	1,0	0,1	1,1

Tabelle 1: Parameter für das hypoplastische Modell nach [von Wolffersdorff, 1996].

R	m_R	m_T	β_r	χ	ϑ
0,00005	5,0	2,0	0,2	1,0	10,0

Tabelle 2: Parameter für das Modell nach [Niemunis und Herle, 1997].



2.3 Beschreibung des numerischen Modelles

Die numerische Nachrechnung wurde mit dem Finite-Elemente-Programm Tochnog Professional [Roddehan, 2016] durchgeführt. Das 2D-Netz mit 920 vierknotigen Elementen wurde mit Hilfe der Software GiD [GiD, 2016] erzeugt. Die Randbedingungen wurden entsprechend der Laminarbox definiert. Der linke und rechte Modellrand sind miteinander gekoppelt, sodass die beiden Ränder auf gleicher Höhe nicht nur dieselbe Geschwindigkeit in vertikaler und horizontaler Richtung sondern auch denselben Porenwasserdruck aufweisen. Der untere Rand ist in vertikaler Richtung fixiert, während keine kinematischen Beschränkungen an der Oberseite vorgegeben sind. Der Grundwasserspiegel liegt an der GOK. Die seismische Beanspruchung wurde entsprechend dem Erdbebensignal (Abbildung 2-2) als horizontale Beschleunigung an der unteren Seite der Bodenschicht aufgebracht. Der Anfangszustand wurde entsprechend der Durchführung des Zentrifugenversuches erzeugt. Die Diskretisierungen wurden mit einer Elementenlänge von 1 cm und einem Zeitschritt von $1 \cdot 10^{-5}$ s durchgeführt.

2.4 Berechnungsergebnisse

Abbildung 2-6, Abbildung 2-7, Abbildung 2-8 und Abbildung 2-9 zeigen die Entwicklung des PWDs in verschiedenen Messpunkten (P1 - P4). Der PWD nimmt in den Punkten P1, P2 und P3 schnell zu und erreicht maximale Werte, die jeweils den Vertikalspannungen in den betrachteten Tiefen vor dem Erdbeben entsprechen. Damit tritt eine Bodenverflüssigung in diesen Punkten auf. Der PWD im Punkt P4 nimmt stark zu, erreicht jedoch nicht den Wert der Vertikalspannung im Punkt P4 vor dem Erdbeben. Damit lässt sich keine Bodenverflüssigung in den tiefliegenden Bereichen (unterhalb P4) beobachten. Die numerisch berechneten Porenwasserdrücke zeigen eine hervorragende Übereinstimmung mit den gemessenen Werten. Auch die berechnete Abnahme des PWDs in den Punkten P3 und P4 im Zeitbereich von 0,25 bis 0,4 s stimmt mit dem Experiment überein, was auf eine realistische Abbildung der Durchlässigkeit hindeutet

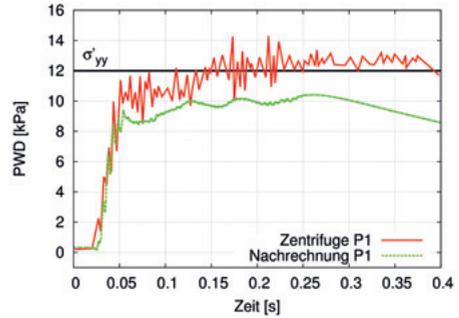


Abbildung 2-6: Gemessener und berechneter Porenwasserdruck im Punkt P1.

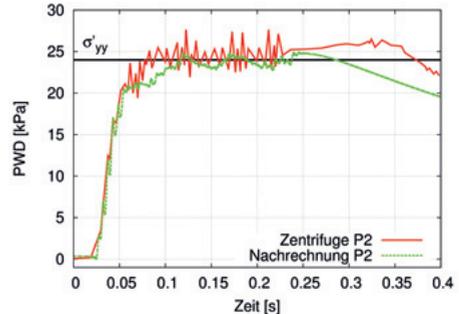


Abbildung 2-7: Gemessener und berechneter Porenwasserdruck im Punkt P2.

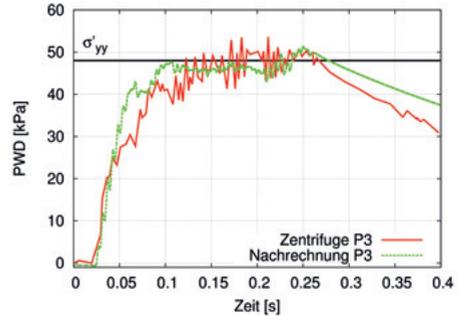


Abbildung 2-8: Gemessener und berechneter Porenwasserdruck im Punkt P3.

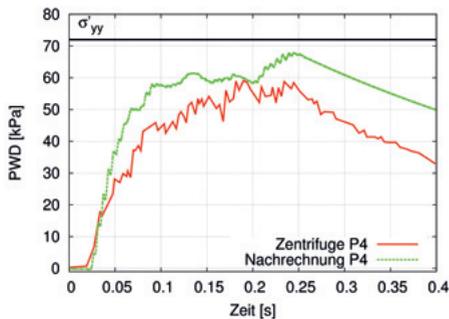


Abbildung 2-9: Gemessener und berechneter Porenwasserdruck im Punkt P4.

3 Erdamm unter Erdbeben

3.1 Das Zentrifugenmodell

Die Zentrifugenversuche mit einem Damm aus Sand wurden am Rensselaer Polytechnic Institute (RPI) durchgeführt ([Muraleetharan et al. 2004] nach [Adalier et al. 1997]). Dafür wurde ein feiner, enggestufter „Nevada Sand“ verwendet. Zwei Versuche wurden unter einer Zentrifugenbeschleunigung von 50 g jedoch bei unterschiedlichen Lagerungsdichten (62% für Modellversuch (MV1) und 43% für Modellversuch (MV2)) durchgeführt. Die rechte Dammböschung hat eine Neigung von 29,7° und die linke eine Neigung von 18,4°. Abbildung 3-1 zeigt die Abmessungen des Modells in Prototypskala. Zur Erfassung der Versuchsergebnisse wurden Beschleunigungsaufnehmer (ACC), Porenwasserdruckaufnehmer (PPT) und linear variable Differentialsensoren (LVDT) an verschiedenen Stellen installiert (Abbildung 3-1). Zusätzlich wurden rot gefärbte, mit Wasser eingeweichte „Spaghetti“-Stäbe vertikal im zentralen Querschnitt des Damms eingesetzt, womit die Bewegung des Sandes erfasst werden konnte.

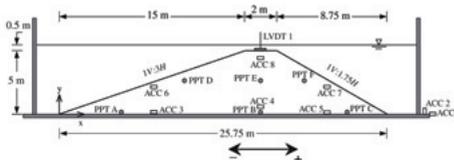


Abbildung 3-1: Geometrie des Modelldamms (in Prototyp)[Muraleetharan et al. 2004].

3.2 Beschreibung des numerischen Modelles

Für das 2D-Modell kam das Finite-Elemente-Programm Tochnog Professional [Roddeman, 2016] zum Einsatz. Die Vernetzung wurde mit Hilfe der Software GiD [GiD, 2016] erzeugt. Das Netz wurde mit 897 Knoten und 1495 dreiknotigen Elementen mit einer maximalen Elementgröße von 10 mm hergestellt. In der Nähe zur Oberfläche wurden Elemente mit einer maximalen Größe von 3 mm eingesetzt.

Die Randbedingungen sind so definiert, dass eine unrealistische Wellenreflektion an den Modellrändern verhindert wird. Der untere Rand ist in vertikaler Richtung fixiert, während an der Oberseite und an den beiden Dammböschungen keine kinematischen Bedingungen vorgeschrieben sind. Die seismische Beanspruchung wird entsprechend dem Modellversuch als ein horizontales Beschleunigungssignal auf der Unterseite des Modells aufgebracht (Abbildung 3-3). Damit auf der unteren Seite des Damms Verschiebungen in horizontaler Richtung auftreten können, wurde die Erdbebenbeschleunigung nicht direkt auf der Dammunterseite sondern auf eine unterliegende Metallplatte aufgebracht (Abbildung 3-2). Auf der Trennfläche zwischen der Metallplatte und dem Damm wurde ein Interface definiert. Die Scherfestigkeit des Interfaces entspricht der Scherfestigkeit des Bodens. Der Schubmodul G_0 des Interfaces beträgt 100 MPa und ist damit deutlich höher als der Schubmodul des Bodens (siehe Abbildung 2-3).

Zur Herstellung des Anfangszustands wurde im ersten Schritt eine normale Belastung von 1 kPa auf die Oberfläche des schwerelosen Bodens aufgebracht. Anschließend wurde die Schwerkraft auf den Wert 1 g erhöht und die Porenzahl im gesamten Damm zum Wert $e = 0,66$ bzw. $e = 0,72$ entsprechend dem Modellversuch MV1 bzw. MV2 eingestellt. Um den Einfluss der intergranularen Dehnungen während der Erhöhung der Zentrifugenbeschleunigung zu eliminieren, wurde der Anfangswert der intergranularen Dehnung in vertikaler Richtung auf $-5 \cdot 10^{-5}$ entsprechend dem Parameter R gesetzt. Daraufhin wurde die Schwerkraft auf 50 g erhöht.



Zur Gewährleistung der numerischen Stabilität und zur Vermeidung der verschwindenden Steifigkeit in der Nähe zur Oberfläche, wurde die Oberflächenlast während der Erhöhung der Schwerkraft schrittweise auf 5 kPa erhöht.

Zur Beschreibung der Drainagebedingungen an der Dammkrone und an den beiden Dammböschungen wurden die Werte des Porenwasserdrucks entsprechend den Werten des hydrostatischen Wasserdrucks entlang der Dammkrone und der beiden Dammböschungen vorgeschrieben. Diese Werte wurden mit der Erhöhung der Erdbeschleunigung angepasst und bleiben während des Erdbebens konstant. Zur Gewährleistung des Gleichgewichts und zur Berücksichtigung des Wasserspiegels außerhalb des Modelldamms wurde der äußere Wasserdruck als Normaldruck an der Dammkrone und an den beiden Dammböschungen definiert.

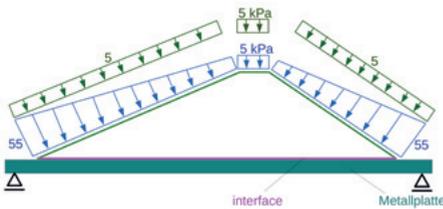


Abbildung 3-2: Geometrie und Lasten des numerischen Modells.

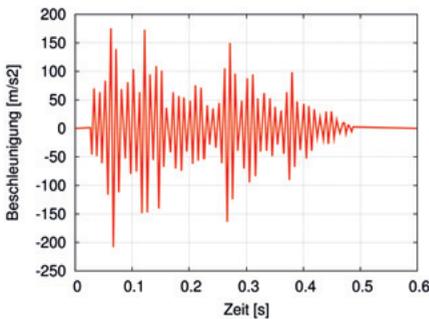


Abbildung 3-3: Beschleunigungssignal.

3.3 Ergebnisse der Nachrechnung von MV1

3.3.1 Verformung des Damms

Abbildung 3-4 zeigt die gemessenen und berechneten Verschiebungen innerhalb des Damms. Die berechneten Ergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Zentrifugenversuch. Abbildung 3-5 stellt die Setzung der Dammkrone dar. Die berechnete Setzung von ca. 9 mm zeigt ebenfalls eine beeindruckende Übereinstimmung mit dem Zentrifugenversuch.

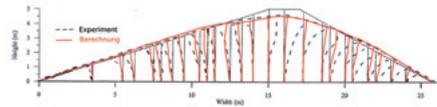


Abbildung 3-4: Gemessene und berechnete Verschiebungen des Damms (MV1)

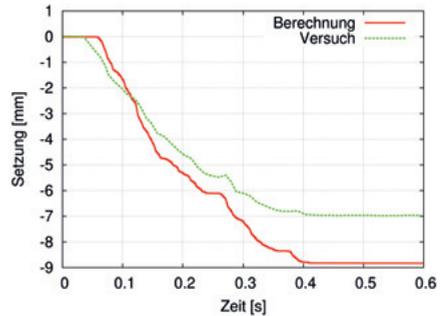


Abbildung 3-5: Setzung der Dammkrone (MV1).

3.3.2 Entwicklung des Porenwasserdrucks

Beim Zentrifugenversuch wurde der Porenwasserdruck an unterschiedlichen Messstellen registriert. Dementsprechend wurde der Porenwasserdruck bei der numerischen Berechnung an denselben Stellen berechnet. Abbildung 3-6 und Abbildung 3-7 stellen die Entwicklung der Porenwasserüberdrücke in der Mitte des Damms dar (vgl. Punkte B und E in Abbildung 3-1). Sowohl im Punkt B als auch im Punkt E zeigt die numerische Berechnung eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Zentrifugenversuches.

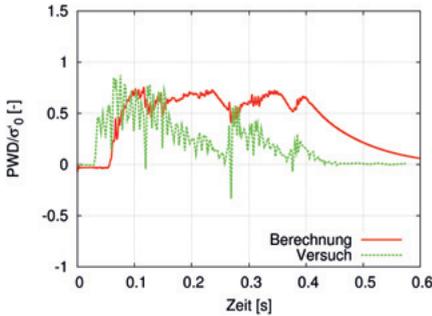


Abbildung 3-6: Entwicklung des Porenwasserdrucks im Messpunkt B (MV1). Vertikalspannung vor dem Erdbeben: $\sigma_0 = 42$ kPa.

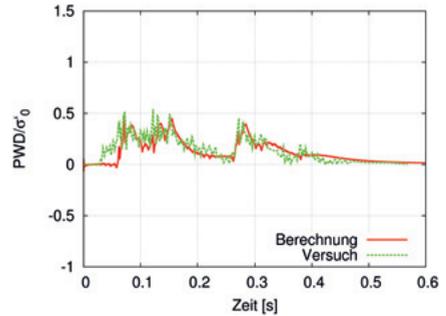


Abbildung 3-8: Entwicklung des Porenwasserdrucks im Messpunkt A (MV1). Vertikalspannung vor dem Erdbeben: $\sigma_0 = 19$ kPa.

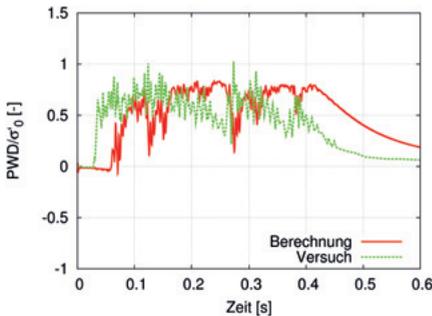


Abbildung 3-7: Entwicklung des Porenwasserdrucks im Messpunkt E (MV1). Vertikalspannung vor dem Erdbeben: $\sigma_0 = 15$ kPa.

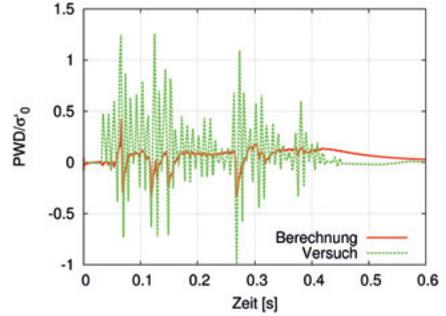


Abbildung 3-9: Entwicklung des Porenwasserdrucks im Messpunkt C (MV1). Vertikalspannung vor dem Erdbeben: $\sigma_0 = 17$ kPa.

Die Entwicklung der Porenwasserüberdrücke in der Nähe zum Böschungsfuß ist in den Abbildung 3-8 und Abbildung 3-9, entsprechend den Messpunkten A und C in Abbildung 3-1, dargestellt. Die Ergebnisse weisen einen großen Unterschied bei der Entwicklung des Porenwasserdrucks (PWDs) zwischen Punkt A und Punkt C auf. Im Punkt A steigt der PWD zunächst bis zu einem Wert von ca. 40 % der ursprünglichen effektiven Vertikalspannung an und nimmt dann langsam ab. Dabei ist die Oszillation innerhalb jedes Beschleunigungszyklus gering. Im Gegensatz dazu oszilliert der PWD im Punkt C sehr stark innerhalb jedes Belastungszyklus. Trotzdem zeigen die numerischen Ergebnisse eine gute Übereinstimmung mit dem Modellversuch für beiden Punkten.

3.4 Ergebnisse der Nachrechnung von MV2

3.4.1 Verformung des Damms

Abbildung 3-4 zeigt die gemessenen und berechneten Verschiebungen innerhalb des Damms. Die berechneten Ergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Zentrifugenversuch. Die Setzung der Dammkrone ist in Abbildung 3-5 dargestellt. Sowohl beim Zeitverlauf der Setzung während des Erdbebens als auch bei der Endsetzung liegen die berechneten und gemessenen Werte sehr nah beieinander.

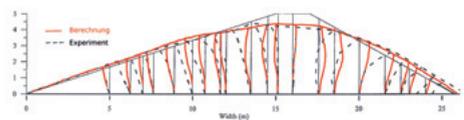


Abbildung 3-10: Gemessene und berechnete Verschiebungen des Damms (MV2)

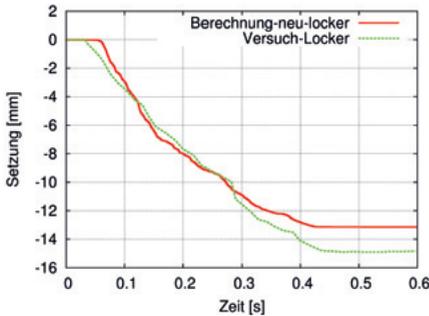


Abbildung 3-11: Setzung der Dammkrone (MV2).

3.4.2 Entwicklung des Porenwasserdrucks

Abbildung 3-12 und Abbildung 3-13 zeigen die Entwicklung der Porenwasserüberdrücke in der Mitte des Damms (vgl. Punkte B und E in Abbildung 3-1). Sowohl im Punkt B als auch im Punkt E zeigt die numerische Berechnung eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Zentrifugenversuches

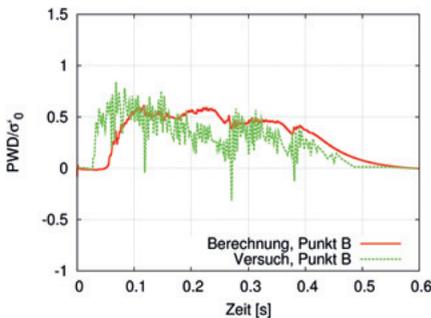


Abbildung 3-12: Entwicklung des Porenwasserdrucks im Messpunkt B (MV2). Vertikalspannung vor dem Erdbeben $\sigma_0 = 42$ kPa.

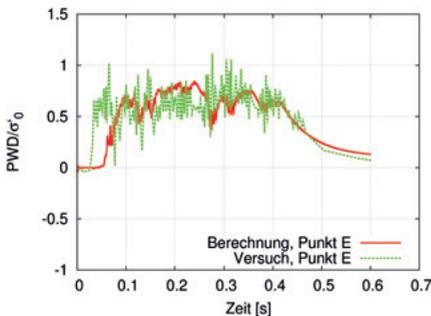


Abbildung 3-13: Entwicklung des Porenwasserdrucks im Messpunkt E (MV2). Vertikalspannung vor dem Erdbeben: $\sigma_0 = 1.5$ kPa.

4 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

In diesem Beitrag wurden drei unterschiedliche Zentrifugenversuche mit demselben Sandmaterial, jedoch mit unterschiedlichen Randbedingungen und Bodenzuständen, mit einem hypoplastischen Modell nachgerechnet. Die Simulationen von allen Zentrifugenversuchen wurden mit den gleichen Bodenparametern durchgeführt. Diese wurden anhand von veröffentlichten Laborergebnissen ermittelt. Der Vergleich zwischen den Ergebnissen aus den Modellversuchen und den Ergebnissen aus den numerischen Berechnungen weist eine sehr gute Übereinstimmung sowohl bei den Verschiebungen als auch bei der Entwicklung der PWD auf. Die Ergebnisse dieser Nachrechnungen zeigen, dass eine realitätsnahe Prognose des Verhaltens von wassergesättigten Böden unter dynamischer Beanspruchung (Erdbeben) mit Hilfe der FE-Methode mit fortgeschrittenen Stoffmodellen möglich ist.

Literaturverzeichnis

Adalier, K. & Elgamal, A.W. (2004) *Mitigation of liquefaction and associated ground deformations by stone columns*. Engineering Geology, 72(3-4):275–291.

Harris, G.M. & Beardow, A.P. (1995). *The destruction of Sodom and Gomorrah: a geotechnical perspective*. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 28(4):349–362.

Haigh, S.K. & Gopal Madahboshi, S.P. (2002). *Dynamic Centrifuge Modelling of the Destruction of Sodom and Gomorrah*. In The International Conference on Physical Modelling in Geotechnics, pages 507–512, Canada.

Taiebat, M., Shahir, H. & Pak, A. (2007). *Study of pore pressure variation during liquefaction using two constitutive models for sand*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 27(1):60–72.

- Adalier, K., Elgamal, A.W. & Dobry, R. (1997). *VELACS Extension Project, RPI centrifuge tests. Technical report prepared for the National Science Foundation*. Technical report, Department of Civil Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, N.Y.
- von Wolffersdorff, P.A. (1996). *A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface*. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1:251–271.
- Niemunis, A. & Herle, I. (1997). *Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range*. *Mechanics of Cohesive Frictional Materials*, 2:279–299.
- Papadimitriou, A.G., Bouckovalas, G.D. & Dafalias, Y.F. (2001). *Plasticity model for sand under small and large cyclic strains*. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127(November).
- Cooke, H.G. (2001). *Ground Improvement for Liquefaction Mitigation at Existing Highway Bridges*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Elgamal, A., Yang, Z., Lai, T., Kutter, B.L. & Wilson, D.W. (2005). *Dynamic Response of Saturated Dense Sand in Laminated Centrifuge Container*. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131(5):598–609.
- Arulmoli, K., Muraleetharan, K., Hossain, M.M. & Fruth, L.S. (1992). *VELACS Verification of Liquefaction Analyses by Centrifuge Studies laboratory testing program: soil data report*. Technical report.
- Idriss, H.B. & Seed, I.M. (1970). *Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses*. Technical report, Earthquake Engineering Research Center, California.
- Wegener, D. (2013). *Ermittlung bleibender Verformung infolge dynamischer Belastung mittels numerischer Verfahren*. Dissertation, TU Dresden.
- Muraleetharan, K., Deshpande, S. & Adalier, K. (2004). *Dynamic deformations in sand embankments: centrifuge modeling and blind, fully coupled analyses*. *Canadian Geotechnical Journal*, 41(1).
- Herle, I. (2001). *Sensitivitätsanalyse der Konsolidierungsberechnung*. *Bautechnik*, 78(9):627–634.
- Roddeman, D. (2016). *TOCHNOG Professional User's manual*.
- GiD. (2016) *Pre and post processing system for Numerical Simulations*.